2°) Soit f la fonction définie sur $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$ par : $f(x) = x\cos(2x)$ et soit **C** sa courbe de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité 1cm)

Vérifier que pour tout $x \in \left[0,\frac{\pi}{4}\right]$, $f(x) \geq 0$ puis calculer l'aire de la région limitée par la courbe **C** et les droites d'équations $y=0$, $x=0$ et $x=\frac{\pi}{4}$.

$\forall\ x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ on $x \geqslant 0$.

$\Rightarrow\ 2x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

$\Rightarrow\ \cos(2x) \geqslant 0$

Donc $x.\cos(2x) \geqslant 0$

$\Leftrightarrow$ $\boxed{f(x) \geqslant 0}$ $\forall\ x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$

$\mathcal{A} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} |f(x)|\,dx$

$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,dx$

$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} x.\cos(2x)\,dx.$

On pose

$U(x) = x \longrightarrow U'(x) = 1$

$V'(x) = \cos(2x) \longrightarrow V(x) = \frac{1}{2}\sin(2x)$